



LA MÚSICA: UNA FORMA DE MANIFESTACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS

Isaac de Jesús Pérez López

*Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas-
Instituto Politécnico Nacional
juanisaac21@gmail.com*

Ana Cecilia Villagómez Sandoval

*Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas-
Instituto Politécnico Nacional
anacecys33@gmail.com*

Abstract

The application of mathematics in different fields of knowledge has been one of the main pillars used by man for the explanation of the phenomena that exist in reality; such is the case of music theory. Music has been present in many of the cultures as a manifestation of art, although some civilizations of antiquity like the Greek not only considered it as art, but as a way of expressing a mathematical knowledge through musical scales by means of the Pythagorean proportions. The knowledge of mathematics applied to music by the Greeks was used as a basis to offer other proposals, especially by Western civilizations, in the creation of other types of musical scales such as the diatonic musical scale, as well as compositions and other musical scales defined by the Fibonacci series. The purpose of this work is to highlight the influence of mathematics in the development of music, through the analysis of concepts among which the Pythagorean proportions and other concepts such as the Fibonacci series stand out.

Palabras clave: sonido, armonía, melodía, tonalidad, proporción, escala musical, proporción aurea.

Las matemáticas de origen son un conjunto de abstracciones, las cuales, se utilizan desde tiempos remotos para comprender los fenómenos que nos rodean. Éstas tienen un gran número de aplicaciones en diferentes áreas, incluso, en aquellas en donde tal vez nunca lo hubiésemos imaginado; por ejemplo, en la música algo que se considera tan sólo una forma de entretenimiento o de distracción. Sin embargo, esta idea popular está equivocada; la música se encuentra íntimamente relacionada con las matemáticas, tanto en su métrica, como en su rítmica, hasta llegar a aspectos más

complejos como lo son la armonía, la melodía y por supuesto, la ejecución. En el desarrollo del presente trabajo se realiza un análisis de la relación que existe entre la música y las matemáticas (la cual es vigente hasta nuestros días), iniciando con los griegos (pitagóricos) y su forma de concebir el concepto de octava, hasta la forma en la que otros músicos importantes hicieron uso de otros argumentos matemáticos como es el caso de la serie de Fibonacci, el juego de los dados de Mozart, entre otros.

1. ¿Qué es la música?

La mayoría de los expertos concuerdan en que es una combinación lógica y coherente de sonidos y silencios en un lapso determinado. Sus elementos más esenciales son melodía, armonía, expresión y ritmo. El concepto de música ha evolucionado con el paso del tiempo desde sus orígenes en la Grecia antigua hasta nuestros días, aunque siempre se ha manifestado como un producto de la cultura.

Ahora bien, el sonido es un conjunto de ondas mecánicas originadas por la vibración de un cuerpo a través de un fluido (líquidos, sólidos o gases); estas ondas pueden ser percibidas o no por el oído humano, en función a determinadas circunstancias (figura 1).

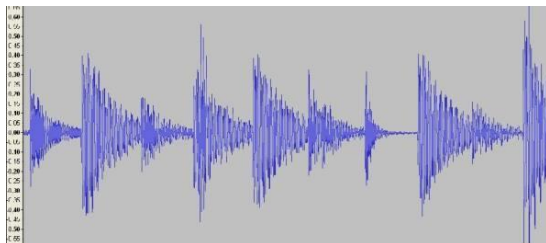


Figura 1. Ondas sonoras que se generan en un medio y que dan como resultado al sonido. Fuente: frecuenciacfundamental.blogspot.com

El sonido consta de las siguientes características: tono, duración, intensidad y timbre.

Tono: es la altura que tiene el sonido, el cual puede ser bajo, medio y alto. Mientras más bajo sea el sonido, éste es más grave; mientras más alto, el sonido es más agudo. La frecuencia es la que diferencia el sonido de cada nota musical (figura 2).

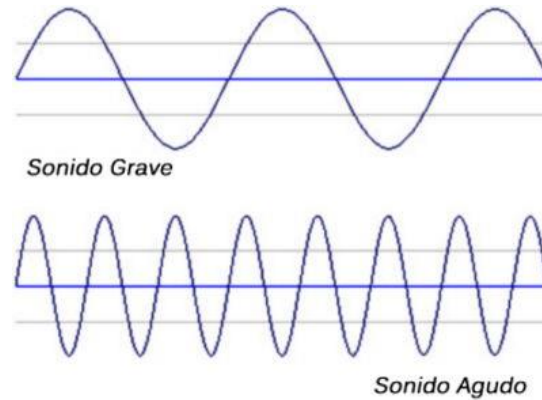


Figura 2. Muestra de la forma y tamaño de onda para un sonido grave y uno agudo. Fuente: frecuenciacfundamental.blogspot.com.

Duración: es el tiempo que vibra un sonido; en música, la duración se define por figuras rítmicas, considerando la redonda como unidad, la blanca como mitad, la negra como un cuarto, la corchea como un octavo, etcétera. (figura 3).

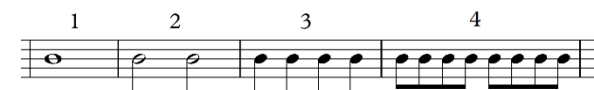


Figura 3. Muestra de las figuras rítmicas más utilizadas en la música: 1) redonda, 2) blanca, 3) negra, 4) corchea. Fuente: elaboración propia.

Intensidad: es la cantidad de energía que emite un sonido, en otras palabras, su volumen; el volumen se mide en decibeles, en donde un valor superior a 125 db es capaz de causar lesiones al oído humano.

Timbre: es la naturaleza del sonido con respecto a su procedencia. Esto significa que una misma nota musical la pueden ejecutar dos instrumentos diferentes como, por ejemplo, el piano y el violín, pero al originarse el sonido se escuchan distinto, aunque su onda sonora sea la misma.

La melodía es la sucesión de notas con una altura y duración determinadas, que son interpretadas por el ejecutante en un

determinado lapso (figura 4); la melodía es el elemento central de la música, ya que en ella se manifiesta el sentido y la expresión artística del ejecutante (la melodía en otras palabras es la que se transformará en la voz ya sea de un instrumento musical o de un cantante).



Figura 4. Fragmento de una melodía, en donde se observa que las figuras rítmicas aparecen de forma sucesiva en un orden lógico-matemático. Fuente: elaboración propia.

La armonía se define como la ejecución de un conjunto de notas musicales de manera simultánea. Se utiliza principalmente para proporcionar equilibrio y balance a las notas de la melodía, así como para manifestar la emoción que se quiere exponer (alegría, nostalgia, tensión, reposo, etc.). En música, la armonía se también es reconocida con el nombre de acordes. (Figura 5).



Figura 5. En el pentagrama superior se muestra a un conjunto de notas encimadas, lo cual significa que se van a ejecutar de manera simultánea; ellos representan a la armonía. Fuente: elaboración propia.

Ritmo es una sucesión de notas musicales medidas y controladas que hacen que la música sea agradable al oído, por medio de pulsos y acentos. Por lo tanto, el ritmo proporciona estructura y coherencia a la obra musical. El ritmo está formado por el pulso y la medida del compás (figura 6).



Figura 6. Muestra de la interpretación del ritmo. La fracción 4/4 indica la medida de las notas que se ejecutarán en cada compás (4 pulsos de negra), mientras que la indicación andante = 80 indica que la velocidad de ejecución será de 80 pulsos de negra por minuto. Fuente: elaboración propia.

Expresión es la forma en que se va a ejecutar la obra musical, de la cual se origina de la interpretación. Los elementos que definen la expresión musical son:

1. Movimiento o velocidad de interpretación.
2. Matices o grado de intensidad con los cuales se interpreta la música.
3. Carácter o forma en que se interpretan los matices.
4. Acentuación o forma de proporcionar el volumen a las notas musicales.
5. Fraseo u orden lógico en que se colocan las notas musicales en un pentagrama.

En resumen, la música está formada por diferentes elementos los cuales tienen una función muy específica y por lo tanto mantienen un orden lógico perfectamente definido; estos elementos se agrupan en un sistema de cinco líneas paralelas horizontales, al cual se le llama pentagrama. Un ejemplo de ello se muestra en la figura 7.



Figura 7. Fragmento de la obra “Rondo Alla Turca” para guitarra del compositor Wolfgang Amadeus Mozart, en donde se muestran los elementos más importantes de la música. Fuente: Scribd.com

2. La música desde el punto de vista de las matemáticas

Las matemáticas se originan de la necesidad de poder interpretar al mundo que nos rodea; a partir de abstracciones, hemos logrado concebir los comportamientos que se originan en nuestra vida diaria. La música por su parte al igual que las matemáticas, requiere de una base sólida para poder interpretarse y ejecutarse.

2.1 Las proporciones pitagóricas

En la antigua Grecia, Pitágoras estudio la naturaleza de los sonidos mediante el uso de las proporciones. La música griega se considera principalmente como de tipo melódica, ya que se interpretaba por medio de sonidos individuales; Pitágoras con sus experimentos en el monocordio, descubrió que existía una relación numérica entre los sonidos armónicos y como consecuencia, la música podía ser medida por medio de razones de enteros. El monocordio consistía en una cuerda de determinada longitud y diámetro atada en sus extremos sobre un cuerpo de madera hueco o acanalado en forma de flauta (figura 8).

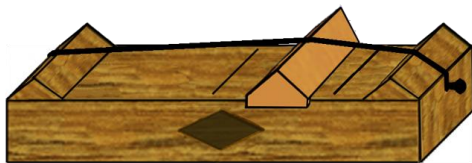


Figura 8. Monocordio semejante al que utilizo Pitágoras para sus proporciones musicales. Fuente: socialmusik.es.

Pitágoras se percató que al pulsar la cuerda del instrumento se generaba un sonido a un tono y volumen determinado. Enseguida, a la cuerda la dividió en dos partes iguales (razón 1:2) y volvió a pulsarla; el sonido emitido tenía era la misma nota que al pulsar la cuerda

completa, pero con un timbre distinto. A dicha nota se le denomina como octava (figura 9).

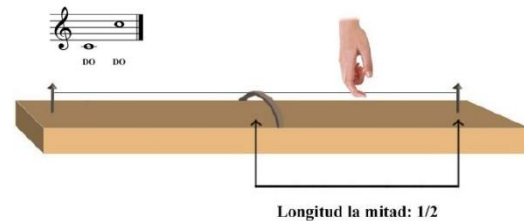


Figura 9. Monocordio generando la octava. Fuente: slideshare.net

Si el mismo experimento se realiza dividiendo la cuerda en tercios (razón 2:3) y a continuación se pulsa la cuerda, se obtiene una nota diferente respecto a la octava: aparece la nota llamada quinta; cuando a la cuerda se le divide en cuatro partes iguales, se forma la nota llamada cuarta (figura 10).

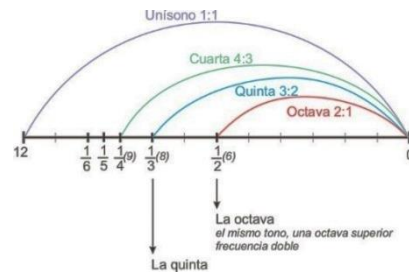


Figura 10. Creación de las notas quinta y cuarta. Fuente: socialmusik.es

Las notas producidas por estas proporciones son agradables al oído debido a que generan un conjunto de ondas cuya longitud es proporcional a la longitud total de la cuerda pulsada, es decir, la cuerda vibra en medios, cuartos, tercios, etc.; a este conjunto de ondas o vibraciones se les llama armónicos. Debido a la naturaleza e intensidad de los armónicos, no todos pueden ser escuchados por el oído humano, sin embargo, los que se alcanzan a apreciar son suficientes para apreciar la belleza del sonido.

2.2 La serie de Fibonacci

Leonardo de Pisa (República de Pisa 1170-1240) también conocido como Fibonacci, dentro de sus aportaciones a las matemáticas creo una serie la cual lleva su nombre (serie de Fibonacci). Con ella representó la cantidad de conejos que se podrían reproducir durante un año en cautiverio, a partir de una pareja origen; de esa manera, llego a la siguiente conclusión:

$$\begin{aligned} f_0 &= 0 \\ f_1 &= 1 \\ f_2 &= 1 \\ f_3 &= 2 \\ f_4 &= 3 \\ f_5 &= 5 \\ f_6 &= 8 \\ f_7 &= 13, \text{ etc.} \end{aligned}$$

Quedando la serie definida por:

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

Cuando los elementos adyacentes se dividen se obtiene una aproximación al decimal 0.618; a esta razón se le llama proporción aurea. En la naturaleza la serie de Fibonacci se manifiesta de diversas maneras; por ejemplo, un trébol de 3 hojas es lo más común de encontrar que uno de cuatro hojas (3 pertenece a la serie de Fibonacci), incluso es más fácil encontrar uno de 5 hojas que uno de cuatro (el 5 también pertenece a la serie de Fibonacci). También se puede encontrar en la forma en que crecen las ramas de un árbol, las vueltas de un caracol, etc.; los números de la serie se utilizan con el fin de alcanzar la proporción aurea, ya que es agradable tanto a la vista como al oído.

Ejemplo de lo anterior son las obras de Ludwig van Beethoven en su quinta sinfonía o Béla Bartók, quien se basó en esta serie

matemática para crear lo que llamo “la Escala Fibonacci” (figura 11).



Figura 11. Escala de Fibonacci. Fuente: creación propia.

2.4 Otras manifestaciones de las matemáticas en la música

Existen otras formas de crear música haciendo uso de fundamentos de las matemáticas, tales como la probabilidad, modelos estadísticos e incluso la música estocástica. Algunos ejemplos son el uso del juego de dados de Mozart, quien describió un juego de dados para componer un vals corto; de la misma forma, el ingeniero y músico rumano Iannis Xenakis (1922-2001), a través de su obra “*Formalized music: thought and mathematics in composition*”, describe una serie de técnicas de composición utilizando modelos matemáticos utilizando las leyes de la probabilidad.

Con lo anterior, las matemáticas son muy importantes en el desarrollo de la música, desde la antigua Grecia hasta la actualidad, siendo factible a través de ellas el poder medirla, crear con esas mediciones escalas, melodías y armonías; de esa manera, la música no solo es arte, es una manifestación lógico-matemática, que lleva a la música a ser una de las ciencias aplicadas de las matemáticas, la cual manifiesta los sentidos y los estados de ánimo del hombre.



Conclusiones

Con ayuda de las matemáticas, es posible interpretar al mundo que nos rodea, de tal forma que, por medio de axiomas, postulados, modelos, etc., se puede explicar de manera práctica y precisa el comportamiento de diferentes fenómenos en los distintos quehaceres del hombre.

La música como una disciplina práctica, es 100% dependiente de las matemáticas; ello es así, ya que es medible, se conforma de elementos lógicos como la armonía, la melodía, el ritmo y la expresión y así sea agradable al oído humano. En función a los sentimientos que desee manifestar el compositor, la música puede ser alegre, melancólica, tensa, etc.

Los pitagóricos auxiliándose del monocordio son los padres en la medición de la música, ya que sus contribuciones a través de las proporciones lograron estratificar los grados más comunes en la escala musical diatónica, los cuales son muy utilizados hoy en día en la música, como son el concepto de octava, quinta y cuarta.

Existen otros conceptos matemáticos utilizados en la música como la serie de Fibonacci, la cual no solo fue utilizada como una herramienta en la elaboración de composiciones musicales, sino también se utiliza en la elaboración de instrumentos como el teclado del piano y la forma geométrica de los instrumentos de cuerda frotada como el violín, el violoncelo, etc., a través de la proporción áurea.

Cuando se escucha, practica o estudia música a cualquier nivel, las matemáticas siempre están presentes; no importa el tipo de

música que se trate, ya sea clásica, coral, blues, jazz, cumbia, etcétera, los principios matemáticos en su composición y medición son los mismos. Por lo anterior, se puede concluir finalmente sin temor a equivocarnos que, “sin matemáticas, la música como la conocemos no existiría”.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Instituto Politécnico Nacional las facilidades brindadas en la realización del presente trabajo.

Referencias

Agustin O. y Lluís E. (2011). *Una invitación a la teoría matemática de la música I. Armonía y contrapunto*. Recuperado el 02 de mayo del 2019, de

<https://www.revistaciencias.unam.mx/pt/103-revistas/revista-ciencias-101/841-una-invitecion-a-la-teoria-matematica-de-la-musica-i.html>

Agustin O. y Lluís E. (2011). *Una invitación a la teoría matemática de la música II. Armonía y contrapunto*. Recuperado el 02 de mayo del 2019, de

<http://www.revistaciencias.unam.mx/es/34-revistas/indices-revistas-ciencias/875-numero-102-abril-junio-2011.html>.

Arbones J. (2011). *La armonía es numérica. Música y Matemáticas*. Buenos Aires: RBA

Meisner G. (2018). *The Golden Ratio: The Divine Beauty of Mathematics*. New York: Race Point Publishing.

Rawlins, R. (2005). *Jazzology, The Encyclopedia of Jazz Theory for all musicians*. Milwaukee: Hal-Leonard Corporation.

Ruiz, A. (2003). *Historia y Filosofía de las Matemáticas*. Costa Rica: EUNED.