



EL MODELO DE MAXWELL APLICADO A LOS HILADOS DEL SISTEMA DE ANILLOS PARA FIBRAS CORTAS

Ana María Islas Cortes

*Instituto Politécnico Nacional, ESIT
amislas@ipn.mx*

Gabriel Guillén Buendía

*Instituto Politécnico Nacional, ESIME Azcapotzalco
gguillen@ipn.mx*

Yolanda Montoya Vargas

*Instituto Politécnico Nacional, ESIT
yolanda_mvarg@hotmail.com*

Resumen

Se relacionan los parámetros numéricos del modelo de Maxwell aplicado a curvas medias tensión-deformación correspondientes a hilados textiles con sus valores de torsión, coeficientes de fricción, propiedades dinamométricas y regularidad de masa. Los hilados en estudio fueron fabricados en el sistema de anillos para fibras cortas, como algodón peinado, lyocell, fibrana, algodón semipeinado, polinósica y mezclas poliéster/algodón, asimismo multifilamentos de poliéster texturizados, todos ellos de título nominal 20 tex y 740 torsiones por metro, a excepción del multifilamento que no tiene torsión. Se concluye de un análisis estadístico, que el parámetro A del modelo de Maxwell presentó una correlación moderada con el alargamiento a la rotura, coeficiente de fricción con superficie de acero y partes gruesa /km de los hilados y, una correlación significativamente elevada con el módulo al 2.5%; mientras que el parámetro B del mismo mostró una correlación moderada con la fuerza y trabajo de rotura, torsiones por metro, parámetros de regularidad de masa como CV (10 m), partes delgasdas/km y neps/km, mientras una correlación significativa al 90% con el título, alargamiento y tenacidad de rotura y vellosidad de los hilados en estudio.

Palabras clave: Viscoelasticidad, Modelo de Maxwell, Dinamometría de hilados, Regularidad de masa de hilados, Hilatura de anillos para fibras cortas.



Un material cuando se somete a tensión axial se comporta como un cuerpo viscoelástico, para su estudio se usaron elementos mecánicos como el resorte y émbolo para explicar el comportamiento elástico y deformaciones respectivamente. El modelo propuesto por James C. Maxwell en 1869 coloca en serie ambos elementos y la ecuación que lo rige fue:

$$\sigma = A\varepsilon e^{-B\varepsilon} \quad (1)$$

Donde:

σ es la tensión que se aplica al material.
 ε es la deformación que experimental el material,
 A y B son constantes numéricas a determinar.

La determinación de dichas constantes se consigue mediante la transformación algebraica lineal del modelo de Maxwell, como se indica:

$$LN\left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right) = LN A - B\varepsilon \quad (2)$$

Al aplicar regresión lineal simple a (2) se obtienen las constantes iniciales del modelo de Maxwell:

$$B_o = m, \quad A_o = e^b \quad (2b)$$

La optimización del modelo de Maxwell se realizó a través del método de Newton-Raphson, que consiste en obtener un sistema de ecuaciones no lineales al derivar la ecuación de Maxwell respecto a cada constante:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial A_o} &= \varepsilon e^{-B_o \varepsilon} \quad (3) \\ \frac{\partial \sigma}{\partial B_o} &= -A_o \varepsilon^2 e^{-B_o \varepsilon} \end{aligned}$$

Evaluando el sistema de ecuaciones (3) usando los valores iniciales (2b) se obtiene la matriz [z]:

$$[z_{A_o, B_o}] = \left[z\left(\frac{\partial \sigma}{\partial A_o}\right), z\left(\frac{\partial \sigma}{\partial B_o}\right) \right]$$

Así como la matriz [D] que es:

$$[D] = [\sigma - \sigma]$$

Se procede a calcular la matriz inversa:

$$\left[[z_{A_o, B_o}]^T [z_{A_o, B_o}] \right]^{-1} \quad (4)$$

Así como el producto:

$$\left[[z_{A_o, B_o}] [D] \right] \quad (5)$$

Se obtienen los valores ΔA e ΔB al realizar el producto matricial (4) por (5):

$$\begin{bmatrix} \Delta A \\ \Delta B \end{bmatrix} \quad (6)$$

Por ende:

$$\begin{aligned} A_1 &= A_o + \Delta A \\ B_1 &= B_o + \Delta B \end{aligned} \quad (7)$$

El proceso numérico es iterativo.

Experimentación

El objetivo de este trabajo fue mostrar la correlación entre un modelo analógico y las propiedades de una serie de hilados textiles. El modelo ajustado a curvas experimentales de hilados sometidos a tensión fue el modelo de Maxwell descrito en antecedentes, y los hilados considerado en el estudio fueron de algodón peinado, Lyocell, Fibrana, algodón



semipeinado, polinósica e hilado mezcla poliéster algodón, así como un multifilamento de poliéster.

Los hilados fueron fabricados en el sistema de anillos para fibras cortas, comúnmente llamado sistema algodónero. Las materias primas fueron fibras de algodón de 4.0 micronaire de finura y 30 mm de longitud, las fibras de poliéster, lyocell, fibrana y polinósica también se hilaron en este sistema, por ello se usaron fibra cortada de 1.38 denier y 38 mm de longitud. Los hilados obtenidos fueron de título nominal 20 tex y 740 torsiones por metro.

La caracterización de los hilados en estudio inicio con un acondicionamiento en una atmósfera normalizada por un tiempo de 24 horas. Se procedió a determinar el número de torsiones por metro, coeficiente de fricción sobre superficie de acero y superficie cerámica, propiedades dinamometría medidas en un dinamómetro Statimat M de Textechno a un tiempo de rotura del hilado de $20 \text{ s} \pm 2 \text{ s}$, regularidad de masa del hilado usando Uster Tester 3.

Presentación de resultados

En la tabla siguiente aparece el número de torsiones por metro y su intervalo al 95% de hilados de algodón peinado (CO peinado), poliéster/algodón (PET/CO), lyocell, multifilamento de poliéster texturizado (Texturizado), fibrana, algodón semipeinado (CO semi) y polinósica, en general corresponden a hilados de uso común en la industria textil, evidentemente el multifilamento sin torsión.

Tabla 1. Torsiones por metro de los hilados en estudio (elaboración propia)

	Torsiones por metro	
	Promedio	Intervalo 95%
CO peinado	727.6	± 19.72
PET/CO	771.2	± 21.16
Lyocell	766.6	± 30.90
Texturizado	0	0
Fibrana	741.0	± 24.39
CO semi	741.4	± 22.39
Polinósica	765.4	± 46.61

En la Tabla 2, aparecen los valores de coeficiente de fricción dinámica usando superficie de acero y su intervalo de confianza al 95%, en general puede decirse que los hilados de lyocell y fibrana son abrasivos, característico de sus propiedades, mientras que el resto de los hilados son moderadamente abrasivos, a excepción del hilados de algodón semipeinado que presentó una baja fricción.

Tabla 2. Coeficientes de fricción con superficie de acero de hilados en estudio (elaboración propia).

	Superficie de acero	
	Promedio	Intervalo 95%
CO peinado	0.322	± 0.073
PET/CO	0.300	± 0.058
Lyocell	0.402	± 0.029
Texturizado	0.280	± 0.064
Fibrana	0.388	± 0.045
CO semi	0.270	± 0.032
Polinósica	0.332	± 0.046

En cuanto a los coeficientes de fricción dinámica usando superficie cerámica se muestran en la tabla 3. Similar a la tabla anterior destaca la abrasión de los hilados de lyocell y fibrana y el bajo nivel del algodón semipeinado, poliéster algodón, polinósica y multifilamento de poliéster texturizado.



Tabla 3. Coeficientes de fricción con superficie cerámica de hilados en estudio (elaboración propia).

	Superficie cerámica	
	Promedio	Intervalo 95%
CO peinado	0.382	± 0.014
PET/CO	0.138	± 0.011
Lyocell	0.428	± 0.044
Texturizado	0.240	± 0.274
Fibrana	0.420	± 0.032
CO semi	0.328	± 0.023
Polinósica	0.246	± 0.085

En cuanto a las propiedades mecánicas de estos hilados, se agrupan de acuerdo a su origen en cuanto a longitud y resistencia de rotura; es decir, bajo alargamiento y fuerza o resistencia a la rotura para los hilados de algodón, un alargamiento moderado y elevada fuerza de rotura para hilados fabricados con fibras químicas y sintéticas.

Tabla 4. Propiedades dinamo-métricas de hilados en estudio (elaboración propia).

	Título (tex)	Alargamiento (%)	Fuerza rotura (cN)
CO peinado	18.80	5.370	310.19
PET/CO	19.79	10.36	448.88
Lyocell	20.74	8.490	506.34
Texturizado	18.22	21.65	646.74
Fibrana	21.36	12.83	323.26
CO semi	24.09	5.540	361.28
Polinósica	22.50	8.150	498.19

En cuanto a trabajo y tenacidad de rotura de los hilados se observa lo arriba señalado.

Tabla 5. Propiedades dinamo-métricas de hilados en estudio-cont. (elaboración propia).

	Propiedad de hilados		
	Trabajo (cN.cm)	Tenacidad (cN/tex)	Mód 2.5% (cN/tex)
CO peinado	444.11	16.50	318.75
PET/CO	1163.67	22.68	233.86
Lyocell	1247.49	24.35	396.47
Texturizado	4108.54	35.49	332.37
Fibrana	1262.27	15.13	240.58
CO semi	520.60	15.00	266.98
Polinósica	1151.71	22.14	364.12

A continuación, en la tabla 6 aparecen los resultados del ajuste numérico del modelo de Maxwell a las curvas medias tensión-deformación, obtenidas al someter al ensayo de tracción a los hilados en estudio bajo norma técnica vigente. El método numérico usado fue el de Newton Raphson descrito en antecedentes.

Tabla 6. Ajuste numérico del modelo de Maxwell a hilados en estudio (elaboración propia).

Hilados	Parámetros de Maxwell		
	A	B	r
CO peinado	3.902	0.0486	0.9966
PET/CO	2.405	0.0131	0.9926
Lyocell	4.529	0.0547	0.9933
Texturizado	2.722	0.0232	0.9913
Fibrana	2.387	0.0590	0.9521
Algodón semi	3.076	0.1786	0.9979
Polinósica	4.834	0.0835	0.9699

De la tabla anterior, puede destacarse que el coeficiente de correlación del ajuste numérico efectuado fue significativo al 99% en los casos de algodón peinado, poliéster/algodón, lyocell, multifilamento texturizado, y algodón semipeinado, en los casos de fibrana y polinósica el nivel de significancia es de 95%.



En la tabla 7 se indica los resultados del análisis de varianza del modelo ajustado, aparece la Suma de Cuadrados total (SS_{total}), Suma de Cuadrados residual ($SS_{residual}$) y Cuadrado Medio residual ($MS_{residual}$).

Tabla 7. Análisis de varianza del modelo de Maxwell aplicados a los hilados en estudio (elaboración propia).

Hilados	ANOVA		
	SS_{total}	$SS_{residual}$	$MS_{residual}$
CO peinado	771.984	0.650547	0.08131
PET/CO	1,373.15	2.56724	0.32090
Lyocell	4,555.08	5.96811	0.37300
Texturizado	11,858.3	18.8576	0.94287
Fibrana	2,683.87	17.9274	0.74697
CO semi	1,027.7	0.4942	0.04942
Polinósica	2,854.85	14.0006	1.00005

En la tabla 8 continúan los resultados del análisis de varianza.

Tabla 8. Análisis de varianza del modelo de Maxwell aplicados a los hilados en estudio-continuación (elaboración propia).

Hilados	ANOVA		
	v_1, v_2	F_0	$F_{0.95, v_1, v_2}$
CO peinado	2, 8	4,742.68	4.4589
PET/CO	2, 8	2,135.49	4.4589
Lyocell	2, 16	6,097.90	3.6337
Texturizado	2, 20	6,278.36	3.4928
Fibrana	2, 24	1,784.49	3.4028
CO semi	2, 10	10,392.6	4.1028
Polinósica	2, 14	1,4209.3	3.7389

Cabe señalar que en todos los casos la distribución $F_0 > F_{0.05, v_1, v_2}$, lo que confirma la elevada bondad de ajuste numérico del modelo de Maxwell a los hilados en estudio. Finalmente, en la tabla 9 aparecen los resultados de un análisis de correlación entre los parámetros del modelo y las torsiones, coeficientes de fricción, propiedades

mecánicas y regularidad de masa de los hilados.

Tabla 9. Análisis de correlación de los parámetros del modelo de Maxwell y las propiedades de los hilados (elaboración propia).

Propiedad de hilados	Parámetros	
	A	B
Título (tex)	0.1976	0.8671
Alargamiento (%)	-0.4785	-0.5252
Fuerza (cN)	0.1197	-0.3734
Trabajo (cn.cm)	-0.2905	-0.4599
Tenacidad (cN/tex)	-0.0109	-0.5385
Módulo 2.5% (cN/tex)	0.8546	-0.0716
Torsiones (t/m)	0.3087	0.3241
Fricción acero	0.3379	-0.2428
Fricción cerámico	0.2720	0.2709
CV (10 m)	0.0350	0.3531
Partes delgadas/km	-0.0030	-0.3361
Partes gruesas/km	-0.4660	-0.1997
Neps/km	-0.4585	-0.3107
Vellosidad	0.4767	0.6167

Conclusiones

Se concluye de un análisis estadístico, que el parámetro A del modelo de Maxwell presentó una correlación moderada con el alargamiento a la rotura, coeficiente de fricción con superficie de acero y partes gruesa /km de los hilados y, una correlación significativamente elevada con el módulo al 2.5%; mientras que el parámetro B del mismo mostró una correlación moderada con la fuerza y trabajo de rotura, torsiones por metro, parámetros de regularidad de masa como CV (10 m), partes delgadas/km y neps/km, mientras una correlación significativa al 90% con el título, alargamiento y tenacidad de rotura y vellosidad de los hilados en estudio.



Referencias

Ussman M. H. (1997), Tesis doctoral, Universidade da Beira Interior, Portugal.

Walpole, R. E. (2002), Probability & Statistics for Engineers & Scientists. Ninth Edition, Prentice-Hall, ISBN 978-0-321-62911-1. Pp. 425,426,430.

Montgomery, D. C. & Runger, G. C. (200%). Applied Statistics and Probability for Engineers, Sixth Edition, Wiley, ISBN 13-9781118539712.

Billie J. Collier & Helen H. Epps (1999), Textile Testing and Analysis, Prentice-Hall Inc., ISBN 0-13-488214-8.